

NÚMEROS RACIONAIS

OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS

Conjuntos de números

Números naturais

Os números naturais são os números inteiros positivos.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\}$$

Números inteiros

Os números inteiros são o zero e os números inteiros positivos e negativos.

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Números racionais

Os números racionais contêm os números inteiros (o zero e os inteiros positivos e negativos) e os números fracionários. Por outras palavras, é qualquer número que se consiga colocar na forma de fração.

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Z} \cup \{\text{números fracionários}\}$$

Números fracionários

Os números fracionários podem ser **dízimas finitas** e **dízimas infinitas periódicas**.

Existem três tipos de dízimas:

- Dízima finita: $0,6$
- Dízima infinita
 - periódica: $0,(6)$ ou $0,66666\dots$
 - não periódica: $0,612547895\dots$

Apenas as dízimas finitas e as dízimas infinitas periódicas são números fracionários:

$$0,6 = \frac{6}{10}$$

$$0,(6) = \frac{2}{3}$$

As dízimas infinitas não periódicas são **números irracionais**, ou seja, não podem ser representadas na forma de fração.

Operações

Operações com números naturais

- **Adição**

$$4 + 2 = 6$$

- **Subtração**

$$4 - 2 = 2$$

- **Multiplificação**

$$4 \times 2 = 8$$

- **Divisão**

$$4 : 2 = 2$$

Operações com números inteiros

- **Simplificação da escrita (adição e subtração)**

Em operações com números inteiros, muitas vezes aparecem dois sinais juntos. Uma das formas de resolver estas operações é através da simplificação da escrita, ou seja:

- se tivermos **dois sinais iguais** passa apenas a um sinal de +
 - $+(+) = +$
 - $-(-) = +$
- se tivermos **dois sinais diferentes** passa apenas a um sinal de -
 - $+(-) = -$
 - $-(+)= -$

$$4 + 2 = 6$$

$$-4 + 2 = -2$$

$$4 + (-2) = 4 - 2 = 2$$

$$-4 + (-2) = -4 - 2 = -6$$

$$4 - 2 = 2$$

$$-4 - 2 = -6$$

$$4 - (-2) = 4 + 2 = 6$$

$$-4 - (-2) = -4 + 2 = -2$$

- **Resolução de operações com números inteiros através da observação do valor absoluto (adição e subtração)**

Outra forma de resolver adições e subtrações com números inteiros é seguindo as seguintes regras:

- Se os dois elementos tiverem o mesmo sinal, somam-se os valores absolutos de cada elemento na adição, e subtraem-se na subtração
- Se os dois elementos tiverem sinais diferentes, subtraem-se os valores absolutos de cada elemento na adição, e adicionam-se na subtração
- O resultado apresenta sempre o sinal do elemento com maior valor absoluto.

$$4 + 2 = 6$$

$$-4 + 2 = -2$$

$$4 + (-2) = 2$$

$$-4 + (-2) = -6$$

$$4 - 2 = 2$$

$$-4 - 2 = -6$$

$$4 - (-2) = 4 + 2 = 6$$

$$-4 - (-2) = -4 + 2 = -2$$

- **Simétrico da soma e da diferença**

- Simétrico da soma:
 - $-(q + r) = (-q) + (-r)$
- Simétrico da diferença:
 - $-(q - r) = (-q) + r$

$$-(4 + 9) = (-4) + (-9)$$

$$-(4 - 9) = (-4) + (+9)$$

- **Multiplicação e divisão**

Na multiplicação e na divisão, se os dois elementos tiverem o mesmo sinal, o resultado é positivo:

- $(+) \times (+) = (+)$
- $(-) \times (-) = (+)$
- $(+) : (+) = (+)$
- $(-) : (-) = (+)$

Se os dois elementos tiverem sinais diferentes, o resultado é negativo:

- $(+) \times (-) = (-)$
- $(-) \times (+) = (-)$
- $(+) : (-) = (-)$
- $(-) : (+) = (-)$

$$4 \times 2 = 8$$

$$-4 \times 2 = -8$$

$$4 \times (-2) = -8$$

$$-4 \times (-2) = 8$$

$$4 : 2 = 2$$

$$-4 : 2 = -2$$

$$4 : (-2) = -2$$

$$-4 : (-2) = 2$$

Operações com números racionais

A simplificação da escrita, o método do valor absoluto e o simétrico da soma e da diferença também se aplicam nas operações com números racionais.

$$73+13=83$$

$$-73+13=-63$$

$$73+(-13)=73-13=63$$

$$-73+(-13)=-73-13=-83$$

$$73-13=63$$

$$-73-13=-83$$

$$73-(-13)=73+13=83$$

$$-73-(-13)=-73+13=-63$$

$$73\times 13=79$$

$$-73\times 13=-79$$

$$73\times(-13)=-79$$

$$-73\times(-13)=79$$

$$73\div 13=73\times 31=213$$

$$-73\div 13=-73\times 31=-213$$

$$73\div(-13)=73\times-(31)=-213$$

$$-73\div(-13)=-73\times-(31)=213$$

O que tens de saber neste capítulo, segundo o programa e metas curriculares de Matemática – 7º ano:

DOMÍNIO: NÚMEROS E OPERAÇÕES

SUBDOMÍNIO: NÚMEROS RACIONAIS

▪ **Multiplicar e dividir números racionais relativos**

1. Provar, a partir da caracterização algébrica (a soma dos simétricos é nula), que o simétrico da soma de dois números racionais é igual à soma dos simétricos e que o simétrico da diferença é igual à soma do simétrico do aditivo com o subtrativo: $-(q + r) = (-q) + (-r)$ e $-(q - r) = (-q) + r$.
2. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do produto de um número natural n por um número q como a soma de n parcelas iguais a q , representá-lo por $n \times q$ e por $q \times n$, e reconhecer que $n \times (-q) = (-q) \times n = -(n \times q)$.
3. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do quociente entre um número q e um número natural n como o número racional cujo produto por n é igual a q e representá-lo por $q:n$ e por $\frac{q}{n}$ e reconhecer que $\frac{(-q)}{n} = -\frac{q}{n}$.
4. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do produto de um número q por $r = \frac{a}{b}$ (onde a e b são números naturais) como o quociente por b do produto de q por a , representá-lo por $q \times r$ e $r \times q$ e reconhecer que $(-q) \times r = r \times (-q) = -(q \times r)$.
5. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do produto de -1 por um número q como o respetivo simétrico e representá-lo por $(-1) \times q$ e por $q \times (-1)$.
6. Identificar, dados dois números racionais positivos q e r , o produto $(-q) \times (-r)$ como $q \times r$, começando por observar que $(-q) \times (-r) = (q \times (-1)) \times (-r)$.
7. Saber que o produto de dois quaisquer números racionais é o número racional cujo valor absoluto é igual ao produto dos valores absolutos dos fatores, sendo o sinal positivo se os fatores tiverem o mesmo sinal e negativo no caso contrário, verificando esta propriedade em exemplos concretos.
8. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do quociente entre um número q (o dividendo) e um número não nulo r (o divisor) como o número racional cujo produto pelo divisor é igual ao dividendo e reconhecer que $\frac{-q}{r} = \frac{q}{-r} = -\frac{q}{r}$.

9. Saber que o quociente entre um número racional e um número racional não nulo é o número racional cujo valor absoluto é igual ao quociente dos valores absolutos, sendo o sinal positivo se estes números tiverem o mesmo sinal e negativo no caso contrário, verificando esta propriedade em exemplos concretos.
-

EXERCÍCIOS

Resolver os exercícios da ficha

CLASSIFICAÇÃO:	Nome: _____	N.º: _____	Turma: _____
	Ass. do Encarregado de Educação: _____		
Data da entrega: ____/____/____	Ass. da Professora: _____		Data: ____/____/2020
Observações:			

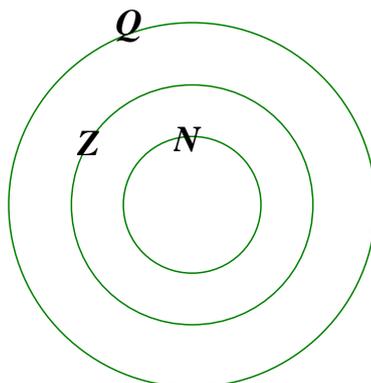
Atenção:
 Nas questões 2,5,7 e 11 deve apenas assinalar a letra que corresponde à opção correcta.
 Nas restantes questões apresente todos os cálculos e justificações necessárias.

1. Considere os seguintes números racionais: $\frac{4}{2}$; 3; $\frac{1}{3}$; -2; $\frac{7}{2}$; $\frac{7}{5}$

1.1 Represente-os na recta orientada seguinte:



1.2 Coloque os números dados, de forma correcta, no esquema seguinte:



1.3 Dos números fraccionários dados, indique o que pode ser representado por uma dízima infinita periódica.

2. Complete correctamente as seguintes frases:

2.1 Z^- é o conjunto dos números.....

2.2 Q_0^+ é o conjunto dos números.....

2.3 N_0 é o conjunto dos números

3. A Joana foi passar o fim-de-semana à Serra da Estrela. Ao acordar, a temperatura do ar era de 10 graus abaixo de zero. Ao meio-dia, a temperatura já tinha aumentado 6°C. Às 18 horas a temperatura era de 8 graus abaixo de zero. Três horas depois desceu mais 5°C.

3.1 Qual era a temperatura do ar às 12 horas?

3.2 Qual era a temperatura do ar às 21 horas?



4. Das seguintes afirmações, indique a verdadeira:
- (A) Todos os números inteiros são positivos.
 - (B) Todos os números racionais são fraccionários.
 - (C) Todas as fracções representam números fraccionários.
 - (D) Todos os números naturais são inteiros.

5. A tradução em linguagem corrente da expressão numérica $(-3) \times \left(-\frac{2}{5}\right)$ pode ser:

(A) O produto do inverso de 3 pelo simétrico de $\frac{2}{5}$.

(B) O produto de -3 pelo inverso de $\frac{5}{2}$.

(C) O produto de -3 pelo inverso de $-\frac{5}{2}$.

(D) O produto de -3 pelo inverso de $\frac{2}{5}$.

6. Considere as decomposições em factores primos dos números 60, 70 e 80.

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

$$80 = 2^4 \times 5$$

Indique:

6.1 Todos os divisores de 70.

6.2 Um número que seja divisor de 70 e não seja divisor de 60.

6.3 Um número que não seja primo e seja divisor de 60, de 70 e de 80

6.4 A decomposição em factores primos de um múltiplo de 60 que seja também múltiplo de 70.
(Não é necessário determinar o número)

7. Considere as seguintes afirmações:

- (i) Todos os números são múltiplos de zero.
- (ii) Todos os números são divisores de um.
- (iii) Todos os números são múltiplos de 1.
- (iv) Todos os números são divisores de zero.

Então :

- (A) As afirmações verdadeiras são (i) e (ii)
- (B) As afirmações verdadeiras são (iii) e (iv)
- (C) As afirmações verdadeiras são (i) e (iv)
- (D) As afirmações são todas falsas.

8. Calcula, começando por simplificar a escrita (ou seja desembaraçar de parênteses):

8.1 $(+5)+(-21)=$

8.2 $(-5)+(-21)=$

8.3 $(+16)+(-20)=$

8.4 $\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{1}{5}\right)=$

8.5 $(+2,5)-(-6)+\left(-\frac{5}{2}\right)=$

Atenção
aos sinais!



9. Calcula:

9.1 $(-2)\times(-3)=$

9.2 $\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(+\frac{1}{2}\right)=$

9.3 $\left(-\frac{1}{2}\right)\div\left(-\frac{1}{3}\right)=$

9.4 $\left(-\frac{3}{5}\right)-\left(+\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{4}{2}\right)=$

9.5 $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} \times \frac{5}{3} =$

9.6 $0,2 + \left[\frac{1}{5} - \left(\frac{1}{2} \times 2 \right) \right] =$

10. Considere a expressão: $1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} \right)$

10.1 Calcule o valor numérico da expressão.

10.2 O Gustavo, no início da semana, pensou como devia gerir a sua “semanada” e fez o seguinte plano:

“ $\frac{2}{3}$ da semana para transporte, $\frac{1}{4}$ para compras no bar e $\frac{1}{6}$ para diversos.”

Acha que o Gustavo fez um bom planeamento? Justifique.

11. Indique, das seguintes, a afirmação verdadeira:

- (A) O único número que não tem inverso é o número um.
- (B) A soma de dois números inversos é zero.
- (C) O produto de dois números inversos é um.
- (D) O valor absoluto de um número é o simétrico desse número.



Boa Sorte