

教育暨青年局

以中文為教學語言的初中回歸教育

自薦學生(初中三年級)特別總考試模擬試題

_____數學科____ 科 (2011 年 7 月)

自薦試考試題題型

一. 填充題： (38%)

如：(1) $\frac{8(-a^2b^5)^4}{27a^3b^6 \cdot \left(-\frac{1}{3}a^2b^4\right)^3} = \frac{8b^2}{-a}$

(2) $\cos^2 10^\circ + \sin^2 10^\circ = 1$

(3) 若 $A \subset B \subset C$ ，則 $A \cup C = \underline{C}$

(4) 函數 $y = \sqrt{2x}$ 的取值範圍是 $x \geq 0$ ，當 $x \neq 1$ 時， $y \neq \underline{\sqrt{2}}$ 。

二. 計算題： (46%)

1. 解方程： $2x^2 - 15x + 7 = 0$

$$2x^2 - 15x + 7 = 0$$

解： $(2x-1)(x-7) = 0$

$$2x-1=0 \text{ or } x-7=0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ or } x = 7$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ or } x = 7$$

2. 解不等式： $\begin{cases} x-4 \leq 1 \\ x+3 \geq 1 \end{cases} \quad \therefore$

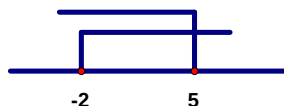
解： $x-4 \leq 1$

$$\therefore x \leq 5$$

又 $x+3 \geq 1$

$$\therefore x \geq -2$$

$$\therefore -2 \leq x \leq 5 \text{ 為此不等式組的解.}$$



3. 化簡： $(a+2b)(a-2b)-(a-b)^2$

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= a^2 - (2b)^2 - (a^2 - 2ab + b^2) \\ &= a^2 - 4b^2 - a^2 + 2ab - b^2 \\ &= 2ab - 5b^2\end{aligned}$$

4. 化簡： $\frac{a^2+4a+3}{a^2+a-6} \div \frac{a^2-1}{a^2-6a+8}$

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= \frac{(a+1)(a+3)}{(a+3)(a-2)} \div \frac{(a+1)(a-1)}{(a-4)(a-2)} \\ &= \frac{(a+1)(a+3)}{(a+3)(a-2)} \times \frac{(a-4)(a-2)}{(a+1)(a-1)} \\ &= \frac{a-4}{a-1}\end{aligned}$$

5. 化簡： $\frac{\cos 60^\circ - \sin 30^\circ + \cot 45^\circ}{1 + \tan 30^\circ \cdot \tan 60^\circ} + \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ + \cos^2 32^\circ + \cos^2 58^\circ - 1$

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - 1 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1 - 1 \\ &= 1\end{aligned}$$

6. 不用計算機，求 $\sin(10^\circ + \theta) = \cos \theta$ 中的銳角 θ 的值：

$$\begin{aligned}\text{解：}\sin(10^\circ + \theta) &= \sin(90^\circ - \theta) \\ 10^\circ + \theta &= 90^\circ - \theta \\ \therefore \theta &= 40\end{aligned}$$

7. 已知二次函數 $y = 2x^2 - 4x - 6$ ，把它寫成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式，求它的頂點坐標、對稱軸、開口方向、最大或最小值。

$$\text{解：} y = 2x^2 - 4x - 6$$

$$= 2(x^2 - 2x - 3)$$

$$= 2(x^2 - 2x + 1 - 1 - 3)$$

$$= 2[(x-1)^2 - 4]$$

$$= 2(x-1)^2 - 8$$

$$\therefore y = 2(x-1)^2 - 8$$

$\therefore$ 它的開口向上，頂點坐標為 $(1, -8)$ ，

對稱軸為 $x=1$ ， $y_{\text{最小值}} = -8$

8. 一次函數的圖像經過 $(1, -1)$ 和 $(2, 3)$ 兩點，求此函數的解析式。

解：設 $y = kx + b$

$$\begin{cases} x + b = -1 \dots\dots (1) \\ 2x + b = 3 \dots\dots (2) \end{cases}$$

$$(2) - (1) \text{ 得 } x = 4$$

$$x = 4 \text{ 代入 (1) 得 } b = -5$$

$$\therefore y = 4x - 5$$

9. 計算： $\log \frac{1}{2} + \log \frac{1}{5}$

$$\text{解：原式} = \log\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}\right)$$

$$= \log\left(\frac{1}{10}\right)$$

$$= -1$$

三. 證明題： (16%)

如圖，AD 是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle EAC$ 的平分線，AD 與三角形的外接圓交於點 D。

求證：DB=DC

證： $\because$ AD 是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle EAC$ 的平分線 (已知)

$$\therefore \angle EAD = \angle DAC \quad (\text{角平分線定義})$$

$\because$ 四邊形 ADCB 為圓內接四邊形

$$\therefore \angle EAD = \angle DCB \quad (\text{圓內接四邊形外角等於其內對角})$$

$$\text{又 } \angle DAC = \angle DBC \quad (\text{同弧所對圓周角等})$$

$$\therefore \angle DBC = \angle DCB \quad (\text{等量代換})$$

$$\therefore DB = DC \quad (\triangle \text{中，等邊對等角})$$

