教育及青年發展局

以中文為教學語言的初中回歸教育

自薦學生特別總考試模擬試題

數學科　　科　(2023 年 8 月)

自薦試考試題題型

一. 填充題：(38%)

如：(1) 因式分解 $9x^2 - 16y^2 = (3x + 4y)(3x - 4y)$

$$2x^2 - 5x + 2 = \underline{(2x - 1)(x - 2)}$$

(2) $cos^2\,2\,0° + \underline{\sin^2 20°} = 1$

(3) 若 A⊂B⊂C，則 A ∩ C =$\underline{A}$

(4) 函數$y = \sqrt{2x - 1}$的取值範圍是 $\underline{x \geq \frac{1}{2}}$，當 x =1 時，y= $\underline{\quad 1 \quad}$.

二. 計算題：(50%)

1. 解方程： $2x^2 - 5x + 2 = 0$

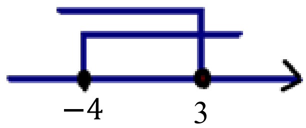
解： $(2x - 1)(x - 2) = 0$

$2x - 1 = 0$ or $x - 2 = 0$

$x_1 = \frac{1}{2}$ or $x_2 = 2$

$\therefore x_1 = \frac{1}{2}$ or $x_2 = 2$是原方程的解

2. 解不等式： $\begin{cases} x - 2 \leq 1 & (1) \\ x + 5 \geq 1 & (2) \end{cases}$



解：由(1)得 $x \leq 1 + 2$

$\therefore\ x \leq 3$

又由(2)得 $x \geq 1 - 5$

$\therefore\ x \geq -4$

$\therefore$ $-4 \leq x \leq 3$ 是此不等式組的解.

3. 化簡： $(a+2b)(a-2b)-(a-b)^2$

解：原式= $a^2-(2b)^2-(a^2-2ab+b^2)$

$= a^2-4b^2-a^2+2ab-b^2$

$= 2ab-5b^2$

4. 化簡：$\frac{a^2-a-2}{a^2+a-6} \div \frac{a^2-1}{a^2+5a+6}$

解：原式=$\frac{(a+1)(a-2)}{(a+3)(a-2)} \div \frac{(a+1)(a-1)}{(a+3)(a+2)}$

$=\frac{(a+1)(a-2)}{(a+3)(a-2)} \cdot \frac{(a+3)(a+2)}{(a+1)(a-1)}$

$=\frac{a+2}{a-1}$

5. 化簡：$\frac{\cos 45°-\sin 45°+\cot 45°}{1+\tan 30°\bullet\tan 60°}+\sin 60° \bullet \cos 30° + \cos^2 22° + \cos^2 68° - 1$

解：原式=$\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}+1}{1+\frac{\sqrt{3}}{3}\bullet\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{2}\bullet\frac{\sqrt{3}}{2}+1-1$

$=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+1-1$

$=2$

6. 不用計算機，求$\sin(10°+\theta)=\cos 3\theta$中的銳角$\theta$的值：

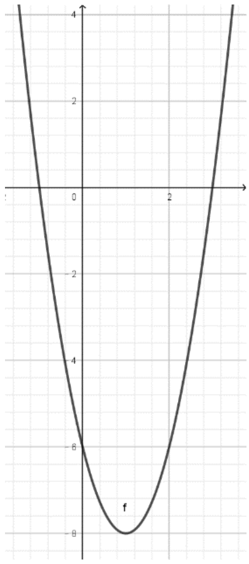
解：$\sin(10°+\theta)=\sin(90°-3\theta)$

$10°+\theta=90°-3\theta$

$4\theta=80°$

$\therefore \quad \theta=20°$

7. 已知二次函數 $y=2x^2-4x-6$ ，把它寫成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式，求它的頂點坐標、對稱軸、開口方向、最大或最小值，並畫出圖像。



解： $y=2x^2-4x-6$

$=2(x^2-2x-3)$

$=2(x^2-2x+1-1-3)$

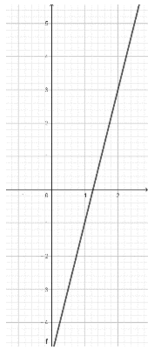
$=2[(x-1)^2-4]$

$=2(x-1)^2-8$

∴ 它的開口向上，頂點坐標為(1，－8)，

對稱軸為 x=1， $y_{最小值}=-8$

8. 一次函數的圖像經過(1，－1)和(2，3)兩點，求此函數的解析式.



解：設一次函數是 $y=kx+b$

$$\begin{cases} k+b=-1 \ldots\ldots\ldots(1) \\ 2k+b=3 \ldots\ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$$

(2) – (1)得 $k=4$

當 $k=4$ 代入(1)得 $b=-5$

∴ $y=4x-5$

9. 化簡： $\dfrac{8\left(-a^2b^5\right)^4}{27a^3b^6\bullet\left(-\dfrac{1}{3}a^2b^4\right)^3}$

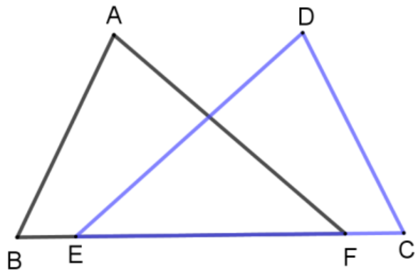
解：原式= $\dfrac{8\left(a^8b^{20}\right)}{27a^3b^6\bullet\left(-\dfrac{1}{27}a^6b^{12}\right)}$

$=-\dfrac{8b^2}{a}$

三.　證明題：(12%)

1.　已知：點 E，F 在 BC 上，$BE=CF$，$AB=DC$，$\angle B=\angle C$.

　　求證：AF=DE.



證：在△ABF 和△DCE 中，

$BE = CF, AB = DC, \angle B = \angle C$　　(已知)

$\mathrm{EF} = \mathrm{EF}$　　(公共邊)

$\mathrm{BE} + \mathrm{EF} = \mathrm{CF} + \mathrm{FE}$　　(等加)

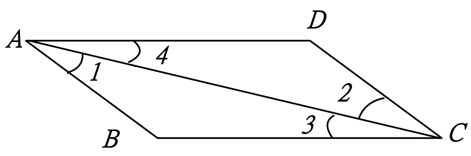
$\mathrm{BF} = \mathrm{CE}$　　(等代)

$\triangle \mathrm{ABF} \cong \triangle \mathrm{DCE}$　　(S. A. S)

$\mathrm{AF} = \mathrm{DE}$　　(全等 △ 對應邊相等)

2.　已知：如圖示，$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$。

　　求證：四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形。



證：

在△ABC 和△ADC 中

$\angle 1 = \angle 2$　　(已知)

$AB//DC$　　(內錯角相等, 兩直線平行)

$\angle 3 = \angle 4$　　(已知)

$AD//BC$　　(內錯角相等, 兩直線平行)

∴ 四邊形 ABCD 為平行四邊形。 (兩組對邊平行的四邊形為平行四邊形。)

【完】