

大學入學試題彙編(方程、不等式)



日期：_____ 班別：_____ 姓名：_____ 學號：_____ 成績：_____

1. 已知不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解為 $-4 < x < 7$ ，則不等式的 $ax^2 + bx + c \leq 0$ 的解為()。
A. $x \geq 7$ 或 $x \leq -4$ B. $-4 \leq x \leq 7$ C. $4 \leq x \leq 7$
D. $x \geq 4$ 或 $x \leq -7$ E. $-7 \leq x \leq 4$
2. 若 $\log y$ 表示 $\log_{10} y$ ，且 a 、 b 為滿足方程 $(3^{\log x})(x^{\log 3}) - 2(3^{\log x} + x^{\log 3}) + 3 = 0$ 的變數 x 的兩個不相同變值，則 $a+b$ 等於()。
A. 14 B. 11 C. 10 D. 4 E. 3
3. 設 a 和 b 為方程 $2x^2 - x - 5 = 0$ 的兩個不相同的根，則 $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = ()$ 。
A. $\frac{25}{19}$ B. $\frac{19}{25}$ C. $\frac{37}{44}$ D. $\frac{21}{25}$ E. $\frac{23}{25}$
4. 下列哪個命題是正確的？
I：若 $x > 0$ ，那麼 $x^3 > x^2$ II：若 $x < 0$ ，那麼 $x^3 < x$ III：若 $x < 0$ ，那麼 $x^3 + x^2 < 0$
A. 只有 I B. 只有 II C. 只有 III
D. 只有 II 及 III E. 沒有一個正確
5. 解方程 $\sqrt{2x^2 + 7x} = x + 2$.

6. 若 $(x+2)(x+p) = x^2 - 3x + q$ ，求 p 和 q 的值。

7. 對所有實數值 a 而言，以下哪個等式成立？()

- I. $(a-3)^2 = (3-a)^2$ II. $(a-3)^3 = (3-a)^3$ III. $(a+3)(a-3) = (-a-3)(-a+3)$
A. 只有 I B. 只有 II C. 只有 III
D. 只有 I 及 III E. I、II 和 III

8. 設 $a < 0$ 及 $b > 0$ ，下列何者必為正確？()

- I. $a^2 < b^2$ II. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ III. $\frac{b}{a} < 0$
A. 只有 III B. 只有 I 及 II C. 只有 I 及 III
D. 只有 II 及 III E. I、II 及 III

9. 解不等式： $x(x-4) < 4(x+5)$ 。

10. 求 x 和 y ：
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 189; \\ x^2 - xy + y^2 = 63. \end{cases}$$

11. 若 $(x+2)(x+4) = -1$ ，則 $x =$ ()。

- A. 3 B. -3 C. -3 或 -5
D. -2 或 -4 E. -1 或 -7

12. 若 $a:c=1:5$ ， $c:b=4:1$ 及 $a:d=2:5$ ，求 $(a+b):(c+d)$ 。

A. 1:1

B. 1:3

C. 1:5

D. 2:9

E. 3:10

13. 若 $a > b$ 及 $c < 0$ ，下列何者為正確？

I. $a+c > b+c$

II. $a-c < b-c$

III. $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

A. 只有 I

B. 只有 I 及 II

C. 只有 I 及 III

D. 只有 II 及 III

E. I、II 及 III

14. 方程式 $(2x+5)^{x^2-1} = 1$ 有

A. 一個實根

B. 兩個實根

C. 三個實根

D. 四個實根

E. 無限個實根

15. 若 $x - \frac{1}{x} = 2$ ，則 $x^2 + \frac{1}{x^2} = (\quad)$

A. -2

B. 2

C. 4

D. 6

E. 8

16. 解方程式： $4 + \log_4 x + \log_x 64 = 0$ 。

17. 若 α 及 β 為方程 $2x^2 + 4x + k = 0$ 的根，且 $\alpha^2 + \beta^2 = 6$ ，求 k 的值。

A. -2

B. -1

C. 0

D. 1

E. 2

18. 若 $\log x - \log y = \log(x - y)$ ，則

A. $x = \frac{y}{y-1}$

B. $x = \frac{y}{y+1}$

C. $x = \frac{y}{y^2+1}$

D. $x = \frac{y^2}{y-1}$

E. $x = \frac{y^2}{y+1}$

19. 方程式 $|x^2 - x - 2| = x$ 有

A. 沒有實根

B. 有一個實根

C. 有兩個不同的實根

D. 有三個不同的實根

E. 有四個不同的實根

20. 不等式 $\frac{x^2 + 3x + 1}{x + 2} \leq -1$ 的解為

A. $-3 \leq x < -2$ 或 $x \geq -1$

B. $x \leq -3$ 或 $-2 \leq x \leq -1$

C. $x \leq -3$ 或 $-2 < x \leq -1$

D. $x \leq -3$

E. $x \leq -3$ 或 $x > -2$

21. 對以下方程求解 x ：

a. $|2x - 5| = x + 2$

b. $\frac{2x-1}{\sqrt{5(x^2+1)}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

22. a. 解聯立方程 $\begin{cases} x+2y=8 \\ 3x-y=3 \end{cases}$

b. 給定 $\begin{cases} \frac{p}{q} + \frac{2p}{r} = 8 \\ \frac{3p}{q} - \frac{p}{r} = 3 \end{cases}$. 利用 a 的結果，求 $p:q:r$

23. 下列哪一個命題正確？

- I. 若 $a > b$ ，那麼 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
- II. 若 $a < b$ ，那麼 $a^2 < b^2$
- III. 若 $a^3 + b^2 = 0$ ，那麼 $a = b = 0$
- IV. 若 $-1 < a < b$ ，那麼 $a^2 < b^2$

A. 只有 I 和 II

B. 只有 I 和 IV

C. 只有 III

D. 所有命題都正確

E. 沒有一個命題正確

24. 若 6 為方程式 $x^2 - 4x + \frac{d}{2} = 0$ 的根，其中 d 為一常數，解不等式 $x^2 - 4x + \frac{d}{2} > 0$

A. $1 < x < 3$

B. $x < 1$ 或 $x > 3$

C. $-2 < x < 6$

D. $x < -2$ 或 $x > 6$

E. 該不等式沒有解

- I. 對以下方程解 x : (1) $4^{2x-1} \cdot 5^{x+2} = 6^{2x+1}$;
 (2) $1000 \cdot x^{2-5\log x} = 1$.

25. 若方程式 $x^2 + (k+2)x + 2(k+1) = 0$ 的根的平方和為 25，求 k 的值。

26. 以下何者為恒等式？

I. $x + \frac{1}{x} = 2$

II. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{ab}{a+b}$

III. $\frac{1}{m} : \frac{1}{n} = n : m$

A. I、II 及 III

B. 只有 II 及 III

C. 只有 I

D. 只有 II

E. 只有 III

27. 化簡 $\frac{\log \sqrt{x^5} - \log x^3}{\log x^{\frac{2}{3}}}$

A. $-\frac{3}{4}$

B. $-\frac{7}{6}$

C. $-\frac{3}{4} \log x$

D. $-\frac{7}{6} \log x$

E. $\frac{7}{6} \log x$

28. 對所有實數 a 、 b ， $\frac{a+b-|b-a|}{2}$ 等於

A. a 和 b 的平均值

B. $|a|$ 和 $|b|$ 的平均值

C. a 和 b 中的極大值

D. a 和 b 中的極小值

E. $|a+b|$

29. 不等式 $|x \cdot (x-5)| < 6$ 的解是

A. $\{-2 < x < 1\}$

B. $\{-1 < x < 1\}$

C. $\{-1 < x \leq 1\} \cup \{4 \leq x \leq 5\}$

D. $\{-1 < x < 1\} \cup \{4 \leq x \leq 5\}$

E. $\{-1 < x < 2\} \cup \{3 < x < 6\}$

30. 對以下方程求解 x : $\sqrt{2x+12} - 2 = x$.

31. 解方程 $3\log_{10} x - \sqrt{3\log_{10} x - 2} - 4 = 0$.

32. 若方程 $2x^2 - 5x + k = 0$ 沒有實根，求 k 值的範圍。()

A. $k = \frac{25}{8}$

B. $k < -\frac{25}{8}$

C. $k > -\frac{25}{8}$

D. $k > \frac{25}{8}$

E. $k \leq \frac{25}{8}$

33. 若 $(x-1)(x-a)$ 與 $(x-2)^2 + b$ 相同，求 a 及 b 。()
- A. $a=2$ 及 $b=0$ B. $a=-3$ 及 $b=-1$ C. $a=3$ 及 $b=0$
D. $a=-3$ 及 $b=1$ E. $a=3$ 及 $b=-1$

34. 解 $\begin{cases} \frac{3x+4}{2} - 1 \leq \frac{5x+2}{3} \\ \frac{5-x}{3} + 1 > \frac{7x-10}{2} \end{cases}$ ()

- A. $x \geq 2$ B. $x \leq -2$ C. $-2 \leq x < 2$ D. x 為任意實數
E. 此不等式組無解

35. 若 $\log 2 = a$ 及 $\log 3 = b$ ，則 $\log 750 =$ ()
- A. $2 + 3a - b$ B. $2 - 3a + b$ C. $2 - 3a - b$ D. $3 + 2a - b$
E. $3 - 2a + b$

36. 若 $\log x$ 表示 $\log_{10} x$ ，且 $\log(5x^2) = a$ ，則 $\log \frac{4}{x^4} =$ _____

- A. $2 - a$ B. $2 - 2a$ C. $2 - a^2$ D. $4 - a^2$ E. $4 - 2a$