

第三節

克卜勒行星運動定律

一、地心說與日心說

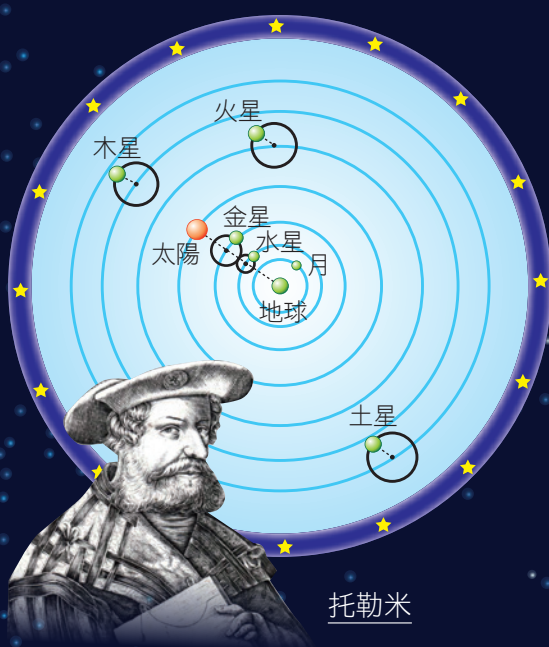
1. 地心說

自古以來，有一類物體的運動為各個文明（尤其是希臘文明）所重視，那就是天體的運動。這裡所謂的天體即是太陽(sun)、恆星(star)、行星(planet)、月亮(moon)等位於地球之外的物體。古希臘人建立了種種模型來說明這些天體的運動，其中最為大家所接受的是地心說(geocentric system)。在各種地心說之中，又以天文學家托勒米（圖3-17(a)）所整理出的系統最完備。

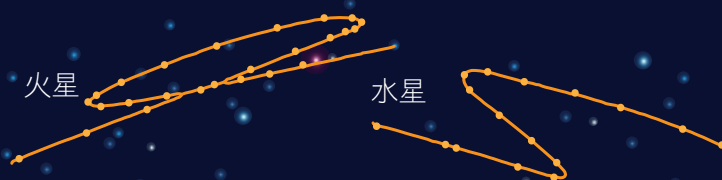
地心說將地球擺在宇宙的中心，太陽、恆星、行星、月球全都環繞著地球運行（圖3-17(a)）。太陽、恆星與月球的運動比較單純，恆星是附著在「天球(celestial sphere)」上，而天球每天繞著地球轉一圈，太陽與月球也是以圓形軌道環繞地球轉。但是行星的運動就比較複雜，因為行星有「逆行(retrograde motion)」的現象（圖3-17(b)），也就是行星在向前行進之時偶而會調頭而行，然後再回頭繼續向前。所以托勒米特別引入了

▼圖3-17 地心說示意圖

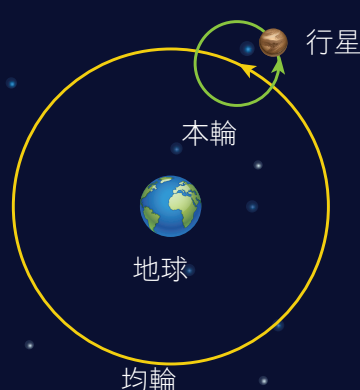
(a) 地心說之簡圖。



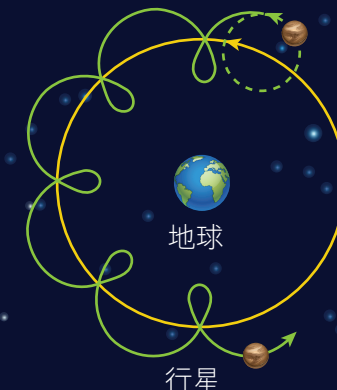
(b) 行星之逆行現象。



(c) 托勒米之行星運動學說簡圖。



(d) 托勒米之行星運動學說可以解釋逆行現象。



本輪 (epicycle) 與均輪 (deferent) 的概念來處理行星的運動。所謂本輪與均輪的意義是這樣的 (圖 3-17(c))：在托勒米系統中，行星繞著空間中的一個點作圓周運動，這個圓就是本輪，而這個點再繞著地球作另一圓周運動，此圓即為均輪；所以從地球上，行星就會有逆行現象 (見圖 3-17(d))。

2. 日心說

托勒米系統大體上還算精確，所以風行了一千四百多年。但是到了十六世紀，天文學家哥白尼卻提出了另一種截然不同的模型—日心說 (heliocentric system)，來解釋天體運動。哥白尼認為應該將太陽擺在宇宙中心，其他行星包括地球其實是以圓形軌道環繞著太陽運行，月球則還是繞著地球轉 (圖 3-18(a))。哥白尼的模型違背了天主教會的教義，所以一開始沒有人敢公開認同哥白尼。但是日心說有一些優點，例如：不需借重本輪就可以說明奇特的行星逆行現象 (圖 3-18(b))，而且可以說明托勒米模型中所不能解釋的一些數據，所以漸漸贏得了一些內行人的贊同。



● 哥白尼主張太陽為宇宙的中心。

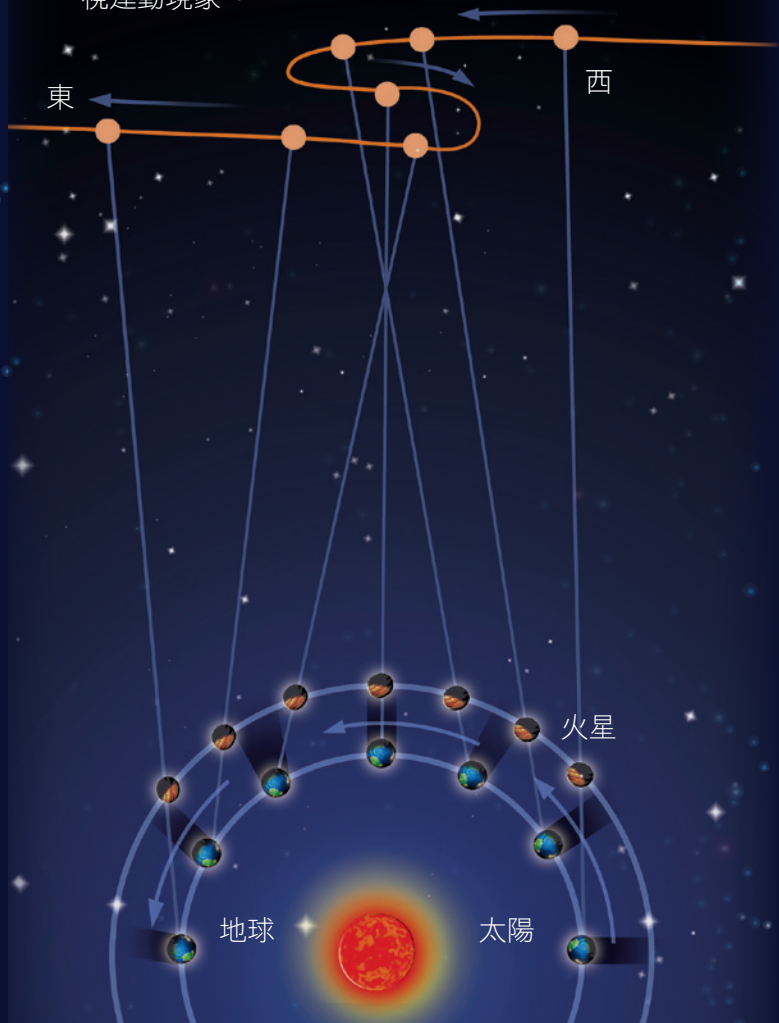
Key Point

▼圖 3-18 日心說示意圖

Ⓐ 哥白尼日心說中行星的軌道圖。



Ⓑ 火星相對於地球的視位置，造成火星逆行的視運動現象。



近代科學的內涵充滿了「不自然又違逆直覺」的概念，最早的例子正是哥白尼學說。因為依據「常理」，地球如果繞著太陽飛奔，地表的一切東西都會被甩掉，所以地球不可能在空間中移動。哥白尼當時其實也還沒本事回答這個質疑，一切要等到數十年後伽利略弄清楚了之前討論的慣性定律之後，方才有個合理的說法。哥白尼特殊之處就在於他對日心說的優點有強烈的信心，因此能把一時還沒有辦法釐清的問題留給未來；科學進展其實需要這樣的態度，否則一步也跨不出去。

二、克卜勒三大定律

1. 觀測數據會說話

天文學家克卜勒（圖3-19）是哥白尼的信徒，他一直想讓日心說至善至美。他相信天體的運動背後有優美的數學規律，天文學家必須挖掘出這些優美的規律。克卜勒的數學分析能力很強，因此被天文學家第谷找去當助手，整理他所累積的觀測數據。第谷是非常傑出的觀測者，當時望遠鏡尚未出現，然而第谷藉由裸眼與輔助工具，卻能一點一滴地蒐集了大量的精確數據；第谷過世後，他珍貴的觀測數據就由克卜勒接收。

克卜勒最初希望能從第谷的數據清楚地證明哥白尼的模型是正確的，但是在嘗試了幾年之後，他終於接受無論太陽是不是在圓心，火星的軌道不可能是如哥白尼所設想的那樣是正圓的。這表示哥白尼模型必須修正，因此克卜勒面對的任務就是從數據裡歸納出正確的軌道。這項工作需要大量的計算與嘗試錯誤。

2. 三大定律的內容

經過不懈的努力，克卜勒終於在1609年出版的《新天文》一書，發表了他的第一與第二定律；後來他又在1619年出版了《宇宙的和諧》，發表了第三定律。以下是他的三大行星運動定律：
第一定律：行星以橢圓形軌道繞行太陽，太陽位於橢圓焦點之一處（圖3-19(a)）。

第二定律：在相同的時間之內，行星與太陽的連線會掃過相同的面積。此定律也稱等面積定律（圖3-19(b)）。

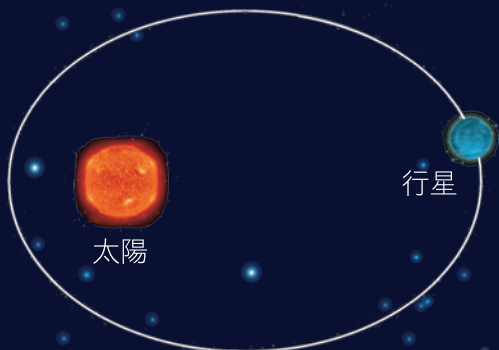
第三定律：行星環繞太陽週期 T 的平方與橢圓軌道半長軸 a 的立方成正比，即各行星的 $\frac{a^3}{T^2}$ 值都相等，如表3-2所示。

由於行星不是以正圓形軌道繞行太陽，所以第二定律告訴我們行星繞行太陽的速率並不是固定的：當行星離太陽較遠時，速率就較小；當行星較靠近太陽時，速率較大。第三定律則告訴我們行星如果離太陽愈遠，繞行週期就愈大。第一與第二定律都是只涉及單一行星軌道的性質，但是第三定律則是在談論不同軌道的共通性。

圖3-19 克卜勒行星第一運動定律與第二運動定律。

克卜勒

- a 行星以橢圓形軌道繞行太陽，太陽位於橢圓焦點之一處。



- b 在相同的時間之內，行星與太陽的連線會掃過相同的面積。

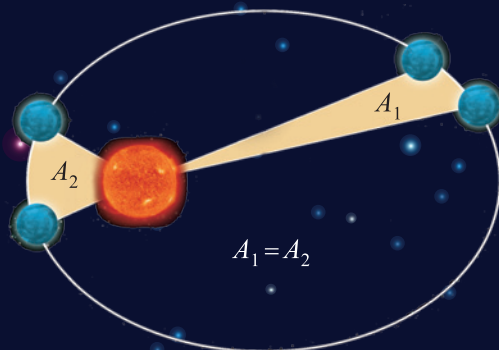


表3-2 克卜勒行星第三運動定律：太陽系內行星的相關測量數據。

行 星	行星環繞太陽週期 T (年)	橢圓軌道半長軸 a (天文單位)	$\frac{a^3}{T^2}$ ($\frac{\text{天文單位}^3}{\text{年}^2}$)
水 星	0.241	0.387	0.998
金 星	0.615	0.723	0.999
地 球	1.000	1.000	1.000
火 星	1.881	1.524	1.000
木 星	11.862	5.203	1.001
土 星	29.458	9.555	1.005
天王星	84.022	19.218	1.005
海王星	164.774	30.110	1.005

在克卜勒之前，人們覺得圓是最美最自然的曲線，所以就認定天體之運動軌跡必然是由圓所組成的，沒想到克卜勒卻說行星真正的軌跡是橢圓！如果沒有他辛苦地從觀測數據中證明這一點，大約沒有人能夠猜到會如此，我們可能還要摸索不知多久的時間才會知道這些「猜不到」也「不自然」的運動規律。



Key Point

●克卜勒由天文數據歸納出行星運動三定律。

例題 3-6

繞太陽的某彗星之公轉週期為64年，則該彗星軌道的半長軸約為地球軌道半長軸的多少倍？

分析

運用克卜勒第三定律。

解 假設地球繞行太陽的半長軸為 R ，彗星繞行太陽的半長軸為 x ，已知地球繞太陽的公轉週期為1年，則由克卜勒

$$\text{第三定律 } \frac{R^3}{1^2} = \frac{x^3}{64^2} \Rightarrow x = 16R \quad \therefore \text{為16倍}$$

類題

天文學家克卜勒是哥白尼日心說的信徒，經過不懈的努力而發現行星運動定律，依據克卜勒行星運動定律，下列敘述何者正確？ (A)地球與木星繞太陽運行的軌道皆為圓 (B)地球與木星分別與太陽的連線，在相同的時間內掃過相同的面積 (C)依據第二定律（等面積定律），地球與木星繞太陽運行分別做等速率運動 (D)設地球公轉軌道半長軸為 L 、木星的公轉週期為12年，則木星公轉軌道半長軸為 $\sqrt[3]{144}L$ 。

答 (D)

你知道嗎？

橢圓是古希臘數學家所定義出來的曲線，附圖說明了橢圓的定義：我們在平面上取兩點 F_1 、 F_2 ，假設 A 為橢圓上任何一點，則 A 與 F_1 、 F_2 的距離之和是一定值。也就是說，若 A 與 B 為橢圓上兩點，假設它們與 F_1 、 F_2 的距離之和分別是 L_1+L_2 與 L_3+L_4 ，則 $L_1+L_2=L_3+L_4$ 。我們稱 F_1 、 F_2 為橢圓的兩個焦點。圖中的 a 是橢圓的半長軸大小， b 是橢圓的半短軸大小。（傳統上，我們將半長軸 a 稱為軌道平均半徑）

